**Некоторые приёмы решения текстовых задач.
Дополнение к учебнику для 5 класса серии «МГУ-школе»**

В главах 1-4 вы познакомились с некоторыми типовыми задачами, решаемыми арифметическими способами. Читая условия новой задачи, надо стараться определить, не напоминает ли она какую-то из уже решённых задач, нельзя ли при её решении применить уже использованный ранее приём рассуждения, нельзя ли скомбинировать известные приёмы рассуждений.

**Рассуждения с конца**

**Задача 1.** На двух полках стояло 24 книги. Когда с первой полки на вторую переставили 4 книги, то книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло на первой полке первоначально?

**Решение.** Начнём рассуждать с конца: так как после перестановки книг двух полках стало поровну, а всего книг 24, то на каждой полке стало по 24 : 2 = 12 (книг). Так как с первой полки на вторую переставили 4 книги, то первоначально на первой полке было на 4 книги больше, чем после их перестановки. Значит, первоначально на первой полке было 12 + 4 = 16 (книг).

**Ответ:** 16 книг.

**Задача 2.** В двух бидонах было 36 л молока. Когда из первого бидона перелили $\frac{1}{3}$ имевшегося в нём молока во второй бидон, то в первом бидоне стало в 2 раза меньше молока, чем во втором. Сколько молока первоначально было в каждом бидоне?

**Решение.** Начнём рассуждать с конца: в первом бидоне стало в 2 раза меньше молока, чем во втором, а всего было 36 л молока. Решим задачу на части. Пусть после переливания объём молока в первом бидоне составлял 1 часть, а во втором — 2 части.

1) 1 + 2 = 3 (части) — приходится на 36 л молока;

2) 36 : 3 = 12 (л) — молока стало в I-м бидоне.

Из первого бидона перелили $\frac{1}{3}$ имевшегося в нём молока во второй бидон, следовательно, 12 л составляют 1 – $\frac{1}{3}$ = $\frac{2}{3}$ первоначального объёма молока в первом бидоне.

Теперь решим задачу на дроби.

3) 12 : $\frac{2}{3}$ = 18 (л) — молока было в I-м бидоне первоначально;

4) 36 – 18 = 18 (л) — было в II-м бидоне первоначально.

**Ответ:** 18 и 18 л.

**Использование «лишней» буквы**

Суть приёма заключается в том, что неизвестную величину обозначают буквой, через неё выражают другие величины и получают ответ на вопрос задачи.

**Задача 3.** Грузовик ехал несколько часов со скоростью 90 км/ч, потом столько же часов — со скоростью 60 км/ч. С какой постоянной скоростью он проехал бы тот же путь за то же время? (Эту скорость называют **средней скоростью**.)

**Решение.** Пусть грузовик ехал *x* ч со скоростью 90 км/ч, потом *x* ч со скоростью 60 км/ч. За 2*x* ч он проехал 90*x* + 60*x* = 150 *x* км. Его средняя скорость равна $\frac{150x}{2x}$ = 75 (км/ч).

**Ответ:** 75 км/ч.

**Задача 4.** Теплоход от пристани *A* до пристани *B* плывёт 12 ч, а обратно — 9 ч (время на остановки, не учитывается). За сколько часов от *B* до *A* доплывут плоты?

**Решение.** Пусть расстояние *AB* равно *x* км. Тогда скорость теплохода по течению равна $\frac{x}{9}$ км/ч, а против течения $\frac{x}{12}$ км/ч.

1) $\frac{x}{9}- \frac{x}{12}$ = $\frac{4x}{36}- \frac{3x}{36}$ = $\frac{x}{36}$ (км/ч) — удвоенная скорость течения реки;

2) $\frac{x}{36}$ : 2 = $\frac{x}{72}$ (км/ч) — скорость течения реки;

3) *x* : $\frac{x}{72} $= 72 (ч) — время движения плотов от *B* до *A*.

**Ответ:** 72 ч.

**Задача 5.** В сплаве, состоящем из двух металлов, олова в 3 раза больше, чем свинца. Сколько процентов олова содержит этот сплав?

**Решение.** Пусть масса свинца равна *x* г, тогда масса олова равна 3*x* г, а масса сплава — 4*x* г. Масса олова (3*x*) от массы сплава (4*x*) составляет $\frac{3x ∙100 \%}{4x}$ = 75 %.

**Ответ:** 75 %.

**Переформулировка задачи**

Суть приёма заключается в том, что иногда вместо данной задачи удается сформулировать другую, решение которой даёт ответ к данной задаче.

**Задача 6.** Дама зашла в зоомагазин и купила 5 больших птиц и 3 маленькие, а если бы она купила 3 большие птицы и 5 маленьких, то сэкономила бы 20 долларов. Сколько стоила каждая птица, если известно, что большая птица стоила в 2 раза дороже маленькой.

**Решение.** Так как большая птица стоит в два раза больше, чем маленькая, то первый раз заплачено столько, сколько стоят 5 ⋅ 2 + 3 = 13 маленьких птиц, а во второй раз столько, сколько стоят 3 ⋅ 2 + 5 = 11
маленьких птиц, т. е. 13 – 11 = 2 маленькие птицы
стоят 20 долларов, столько же, сколько стоит
1 большая птица. Тогда маленькая птица стоит 20 : 2 = 10 (долларов).

**Ответ:** 10 и 20 долларов.

Вспомним старинный способ решения задачи про кадь кваса из п. 4.13. Там представили то, чего не было на самом деле: что муж и жена пили квас 140 дней. С помощью такого мысленного эксперимента получили более короткое решение, чем с дробями. Применим тот же приём для решения следующей задачи.

**Задача 7.\*** Андрей и Борис покрасят забор за 20 мин, Борис и Вадим — за 24 мин, а Андрей и Вадим — за 30 мин. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроём?

**Решение.** Пусть у нас было два Андрея, два Бориса и два Вадима, причём мальчики с одинаковыми именами работали с одинаковой произво­дительностью. Тогда за 120 мин Андрей и Борис покрасят 6 заборов, Борис и Вадим — 5 заборов, а Андрей и Вадим — 4 забора. За 120 мин 6 мальчиков при совместной работе покрасят 6 + 5 + 4 = 15 (заборов). Тогда Андрей, Борис и Вадим за 120 мин покрасят 7$\frac{1}{2}$ заборов, а один забор они покрасят за 120 : 7$\frac{1}{2}$ = 16 (мин).

**Ответ:** 16 мин.

При решении задачи про трёх мальчиков мы решали другую задачу — про 6 мальчиков, то есть переформулировали данную задачу. Решение новой задачи помогло нам получить ответ к **задаче 7**.

И ещё одна фольклорная задача.

**Задача 8.** От пола комнаты одновременно вертикально вверх по стене поползли две мухи. Поднявшись до потолка, они поползли обратно. Первая муха ползла в оба конца с одной и той же скоростью, а вторая хотя и поднималась вдвое быстрее первой, но зато спускалась вдвое медленнее. Какая из мух раньше приползёт обратно?

**Решение.**  Переформулируем условия задачи так, чтобы ответ не изменился. Пусть вторая муха поднималась вдвое медленнее первой мухи, а спускалась вдвое быстрее. Тогда пока вторая муха медленно поднимется до потолка, первая муха проделает путь туда и обратно, то есть финиширует первой.

**Ответ:** Первая.

**========**

**5.76.** На двух полках стояло 24 книги. Когда с первой полки на вторую переставили 3 книги, то книг на первой полке стало в 2 раза меньше, чем на второй. Сколько книг стояло на первой полке первоначально?

**5.77.** В двух карманах было 120 руб. Когда из первого кармана переложили во второй 15 руб., то во втором кармане стало в 3 раза больше денег, чем в первом. Сколько денег было в первом кармане первоначально?

**5.78.** Саше было 6 лет, когда папе исполнилось 30 лет, а сейчас папа в 3 раза старше Саши. Сколько лет Саше сейчас?

**5.79.\*** На двух полках стояло 24 книги. Сначала с первой полки переставили $\frac{1}{4}$ стоявших на ней книг на вторую полку. Потом со второй полки переставили $\frac{1}{3}$ стоявших на ней на первую полку. В результате книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло на первой полке первоначально?

**5.80.** В школьной театральной студии девочек в 4 раза больше, чем мальчиков. Сколько процентов от числа всех студийцев составляют мальчики?

**5.81.** Мотоциклист сначала ехал некоторое время со скоростью 40 км/ч, потом такое же время он ехал со скоростью 50 км/ч. Каковасредняя скорость движения мотоциклиста на всём пути?

**5.82.** Катер от пристани *A* до пристани *B* плывёт 10 ч, а обратно — 15 ч (время на остановки не учитывается). За сколько часов от *A* до *B* доплывут плоты?

**5.83.** Токарь выполняет задание за 8 ч, а каждый его ученик тратит на выполнение такого же задания в 2 раза больше времени. За сколько часов токарь и два его ученика выполнят то же задание при совместной работе?

**5.84.** Два велосипедиста отправились одновременно из пункта *A* в пункт *B*. В пункте *B* они разворачиваются и едут обратно. Первый велосипедист всё время едет с постоянной скоростью, а второй из *A* в *B* едет со скоростью, в 2 раза большей скорости первого велосипедиста, а обратно — со скоростью, в 2 раза меньшей скорости первого велосипедиста. Кто из них первым вернётся в пункт *A*?

**5.85.** Два пенсионера любят гулять по аллее парка, длина которой 700 м, их скорости движения равны 3 км/ч и 4 км/ч. Однажды они отправились одновременно навстречу друг другу из разных концов аллеи. Каждый дошёл до противоположного конца аллеи, развернулся и отправился в обратном направлении. Через сколько минут произойдёт их вторая встреча?

**5.86.\*** На птицеферме гусей было в 2 раза меньше, чем уток. На 1 день гусям и уткам выдают столько корма, сколько требуется одному гусю на 56 дней или одной утке на 84 дня. Сколько на птицеферме уток?

**5.87.\*** Запаса топлива в баке моторной лодки хватает, чтобы проплыть 28 км по течению реки или 21 км против течения реки. На какое наибольшее расстояние может отплыть рыбак на этой лодке по течению реки, чтобы топлива хватило на обратный путь (чтобы ему не пришлось идти на вёслах)?

**5.88.\*** Резина на передних колесах автомобиля изнашивается через 135 тыс. км пробега, а на задних колесах — через 90 тыс. км пробега. На изношенной ("лысой") резине ездить запрещено, шины надо менять. На автомобиле установлен комплект новой резины. Какое наибольшее расстояние можно проехать на этой резине, если вовремя поменять передние колёса с задними? Через сколько тысяч километров это надо сделать?

**5.89.\*** Резина на передних колесах автомобиля изнашивается через 135 тыс. км пробега, а на задних колесах — через 90 тыс. км пробега. На изношенной ("лысой") резине ездить запрещено, шины надо менять. На автомобиле установлен комплект новой резины и в багажнике лежит новое запасное колесо. Какое наибольшее расстояние можно проехать на этой резине, если догадаться вовремя менять колёса? Какое наименьшее число раз надо менять колёса? Через сколько тысяч километров?

**5.90.\*** От пола комнаты одновременно вертикально вверх по стене поползли две мухи. Поднявшись до потолка, они поползли обратно. Первая муха ползла в оба конца с одной и той же скоростью, а вторая хотя и поднималась в 1,5 раза быстрее первой, но зато спускалась в 1,5 раза медленнее. Какая из мух раньше приползёт обратно?

Ответы и решения через некоторое время выложим в разделе **Решайте с нами!**