**Аликвотные дроби**

Аликвотной называют дробь с числителем 1, знаменатель которой натуральное число, большее 1. Примеры аликвотных дробей: , , .

Рассмотрим преобразования, позволяющие представить данную аликвот­ную дробь в виде суммы двух аликвотных дробей.

П1: ;

П2: ;

П3: .

Поменяв местами *a* и *b* получим вариант преобразования П3:

П4: .

П5: .

Рассмотрим преобразования, позволяющие представить данную аликвотную дробь в виде суммы трёх аликвотных дробей.

П6: ;

П7: ;

П8: .

П9:

*Замечания*. 1. Преобразования П1 – П3 можно получить из преобразования П4, а преобразования П6 – П8 — из преобразования П9.

2. Первоначальный текст раздела «Аликвотные дроби» был опубликован на сайте [www.shevkin.ru](http://www.shevkin.ru) с пропуском преобразования П5, что было замечено внимательным читателем, приславшим не вытекающий из опубликованной «теории» пример: . Пришлось добавить потерянное преобразование П5 и полученные с его помощью новые ответы в следующих задачах.

**1.** Найдите все натуральные числа *a* и *b*, такие, что:

а) = ; б) = ; в) = . [\*]

**Решение.** а) Преобразуем различными способами дробь :

П1: ; П2: .

б) Преобразуем различными способами дробь :

П1: ; П2: .

в) Преобразуем различными способами дробь :

П1: ; П2: ;

П3: ; П3: ;

П5: .

**Ответ.** а) {3, 6}; {4, 4}; б) {4, 12}; {6, 6}; в) {7, 42}; {8, 24};   
{9, 18}; {10, 15}; {12, 12}.

**2.** Найдите все возможные наборы чисел *a*, *b* и *c*, среди которых есть равные и верно равенство:

а) = ; б) = . [\*]

**Ответ.** а) {3, 12, 12}; {4, 8, 8}; {5, 5, 10}; {6, 6, 6}; б) {4, 24, 24};   
{5, 15, 15}; {6, 12, 12}; {7, 7, 21; {8, 8, 12}; {9, 9, 9}.

**3.** Четыре натуральных числа *a*, *b*, *c* и *d* таковы, что

. (1)

а) Могут ли все эти числа быть попарно различны?

б) Может ли одно из этих чисел равняться 7?

в) Найдите все возможные наборы таких чисел, среди которых есть равные. [1-6]

**Решение.** а), б) Так как 1 = = + = + , то ответ на вопросы *а* и *б*: да.

в) Используя результаты предыдущих заданий, выпишем все возможные наборы чисел *a*, *b* и *c*, среди которых есть равные и верно равенство (1):

1 = + = + + + ;

1 = + = + ;

1 = + = + + + ;

1 = + = + + = + + + ;

1 = + = + + = + + + ;

1 = + = + + = + + + ;

1 = + = + + + ;

.

**Ответ.** а) Да; б) да; в) {2, 3, 12, 12}; {2, 4, 8, 8}; {2, 5, 5, 10};   
{2, 6, 6, 6}; {3, 3, 4, 12}[[1]](#footnote-1); {3, 3, 6, 6}; {3, 4, 4, 6}; {4, 4, 4, 4}.

1. Эта четвёрка чисел, потеряна в ответе в сборнике **ЕГЭ-2017** : Математика : 30 тренировочных вариантов экзамена­ционных работ для подготовки к единому государственному экзамену : профильный уровень / под ред. И.В. Ященко. М.: АСТ, 2017. – 135 с. [↑](#footnote-ref-1)