**Стратегия и тактика школьной программы по математике**

Часть II (7 – 9 классы)

Продолжаем обсуждение проекта программы по математике для основной школы (5 – 9 классы), опубликованного для обсуждения Институтом стратегии развития образования РАО. [1]

Программу для 5 – 6 классов обсудили ранее [2]. Переходим к 7 – 9 классам, к алгебре. Про геометрию, надеюсь, напишут другие авторы.

На с. 43 перечислены содержательно-методические линии (далее для краткости «линии»): «Числа и вычисления»; «Алгебраические выражения»; «Уравнения и неравенства»; «Функции».

В программе хотелось бы избежать повторов и многократного изучения одного и того же материала, перемешивания без нужды материала из разных линий. Здесь надо преодолеть внедрённый более 50 лет назад вредный стереотип: дети должны в обучении как можно чаще переключаться с одного материала на другой, чтобы им было интересно: узнали немного про числа, не получили никакого цельного представления об изучаемом — идём дальше, изучаем немного буквы. Научились раскрывать скобки — хватит, переходим к изучению уравнений. Устали? — Вот вам одночлены и многочлены. А дальше функции, неравенства. И всё это в каждом классе тщательно перемешать. Тот ещё винегрет получается! За учителем поспевают только сильные. А пробелы слабых нарастают с каждой переменой «учебных блюд». Слабому ученику нужно больше времени, чтобы войти в тему, освоиться в ней. Сильный освоился? — Отлично! Его можно занять сложными и олимпиадными задачами, а со слабым поработать ещё…

Такое обучение крупными блоками было традиционным в российской и советской школе до реформы математического образования 60-х годов прошлого века и давало хорошие результаты. Ученику интересно учиться только тогда, когда он понимает изучаемое. Если авторы программы хотят получить от её применения повышение уровня математической подготовки школьников, а значит, и результаты ОГЭ и ЕГЭ, то они должны как можно реже менять без необходимости объект изучения. Не надо этих «прыжков в ширину». Если обучение вести «методом винегрета», когда части изучаемых линий крошатся и перемешиваются, то это верный путь к ситуации, когда ученику очень скоро станет не по силам и не интересно учиться, а чтобы не терять напрасно время на уроке, он всё чаще будет доставать смартфон.

Далее я не только комментирую программу и показываю, что в ней не совсем удачно, с моей точки зрения, но и показываю, какой порядок изучения тем был бы более удачным. За всеми моими советами опыт преподавания по учебникам С.М. Никольского и др. с 1986 года. И не только в авторском эксперименте. С 1996 года «Арифметика, 5», а за ней и другие учебники числятся в Федеральном перечне (ранее комплекте). Следуя призыву «критикуешь — предлагай», после обсуждения порядка изучения материала по каждой линии в программе я привожу выдержки из оглавлений учебников С. М. Никольского и др., чтобы показать, что иная последовательность изучения материала не только возможна, но и давно реализована.

Во введении в программе подчёркнуто:

«В ходе изучения курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим целесообразно включить в программу некоторые основы логики, пронизывающие все основные разделы математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка».

Забота об изучении школьниками основ логики похвальна (в программе, правда, она не нашла отражения), но с логикой самой программы дела обстоят очень плохо. Давайте посмотрим на содержание обучения по каждой линии в трёх классах.

**Числа и вычисления**

Прежде всего отмечу, что в 7 класс перенесены из 6 класса «рациональные числа», а в 6 классе изучались действия с некоторыми из них: с целыми числами и неотрицательными рациональными числами, но без употребления термина «рациональные числа». Хорошо ли, с точки зрения логики, оставлять в 6 классе частично изученным множество рациональных чисел (термин «числовое множество» в 6 классе не используется). Очевидно, что надо рациональные числа вернуть в 6 класс.

**7 класс**

**Рациональные числа**

Дроби обыкновенные и десятичные, переход от одной формы записи дробей к другой. Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Решение задач из реальной практики на части, на дроби.

Степень с натуральным показателем: определение, преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел.

Проценты, запись процентов в виде дроби и дроби в виде процентов. Три основные задачи на проценты, решение задач из реальной практики.

Применение признаков делимости, ~~разложения~~ разложение на множители натуральных чисел.

Реальные зависимости, в том числе прямая и обратная пропорциональности.

**8 класс**

**Числа и вычисления**

Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Действительные числа.

Степень с целым показателем и её свойства. Стандартная запись числа.

Что это было? Линия числа? Почему такая кривая и запутанная? Почему натуральные числа после дробей. Почему рациональные числа только в заголовке? При чём здесь прямая и обратная пропорциональность — это, скорее, к функциям относится. Что за «преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел»? Можно вычислять $(3+\sqrt{2})^{2}$, но нельзя $\sqrt{2}\sqrt{8}$?

Учащиеся уже знают целые числа, тогда почему в 7 классе надо изучать степени только с натуральными показателями, изученные в 5 классе? Всё равно же без свойств степени. А потом в 8 классе надо ещё раз возвращаться к этому вопросу и изучать степени с целым показателем, повторяя в третий раз часть материала — про степени с натуральными показателями? Зачем формировать неполные знания и умения, если их можно сделать полными? При этом уже в 7 классе изучить свойства степени. Это даст экономию учебного времени на изучение других вопросов и организацию текущего повторения.

Было бы полезным в 7 классе заложить числовую базу для изучения других линий курса алгебры, курсов геометрии и физики, доведя расширение понятия числа до множества действительных чисел и рассмотрев приближённые вычисления в 7 классе. В учебниках С.М. Никольского и др. в конце 6 класса мы делаем это и повторяем в 7 классе (учащиеся могли не изучать ранее математику по нашим учебникам).

В программе упоминается перевод обыкновенных дробей в десятичные и обратно, представление рациональных чисел в виде бесконечных десятичных дробей. Что ж так поздно? Это надо вернуть в 6 класс. Уже в 7 классе нужен небольшой шаг: показать не только бесконечные периодические десятичные дроби, но и бесконечные непериодические десятичные дроби. Объяснить, что те и другие являются записями рациональных и иррациональных чисел, а вместе — действительных чисел. Многолетний опыт преподавания этой темы в конце 6 класса показывает, что дети хорошо усваивают этот материал, который взрослым кажется трудным, так как они связывают иррациональные числа с радикалами. У детей этой проблемы нет, они про радикалы ничего не знают.

Если развитие числовой линии завершить действительными числами уже в 7 классе, то появится числовая база для того, чтобы фраза «Каждый отрезок имеет определенную длину» наполнилась другим содержанием. Ведь дети знают квадрат со стороной 1, понимают интуитивно, что его диагональ имеет длину, но не имеют чисел для точного выражения этой длины. В 7 классе квадратный корень из двух не появится, но уже можно говорить о том, что длина диагонали квадрата выражается иррациональным числом (докажем позже), первые цифры которого таковы: 1,4142… Многим взрослым кажется, что бесконечные процессы трудны для восприятия детей. Опыт показывает, что это не так. У детей уже есть опыт: в ряду натуральных чисел бесконечно много чисел, в ряду целых чисел — тоже, в записи дроби 1/3 = 0,333… — бесконечно много цифр. Трудность только в том, что бесконечные десятичные дроби бывают периодические и непериодические. Для практических нужд и вычислений часто берут их приближения, полученные округлением. 7 класс — естественное место мотивированного ввода округлений десятичных дробей, правил выполнения действий с приближениями действительных чисел.

При сложении и вычитании приближений берём столько десятичных знаков (цифр после запятой), сколько у наименее точного из них. Результат имеет столько же десятичных знаков.

При умножении и делении приближений берём столько значащих цифр (все цифры числа, кроме первых нулей), сколько у наименее точного из них. Результат округляем с тем же числом значащих цифр.

Разве это трудно дать в 7 классе, чтобы заложить числовую базу для приближённых вычислений в математике и физике? А по программе этот материал будет только в 9 классе. Это формирование **метапредметных умений**? Базу для вычислений по математике и физике с 7 класса будем закладывать в программе «задом наперёд»?

Есть ещё два места, где раннее введение действительных чисел исключает необходимость каких-либо дополнительных пояснений, которые обычно и не делают.

При изучении многочленов и формул сокращённого умножения учащиеся под буквой понимают число — рациональное. После изучения квадратных корней в 8 классе появляются задания типа $(2+\sqrt{3})^{2}$. Учитель отрабатывает определение квадратного корня и повторяет формулу квадрата суммы. В этом месте никто не испытывает никаких неудобств от того, что формула была доказана на множестве рациональных чисел, а применяется на множестве иррациональных чисел. Этого неудобства не испытывают даже учителя, но если среди наших учащихся есть будущие математики, то почему бы их с «молодых ногтей» не приучать применять изученные факты с учётом границ, в которых они были доказаны. Множество известных нам чисел расширилось. Нужны какие-то пояснения, почему старые формулы и в новом множестве чисел верны (это следует из того, что в расширенном множестве чисел работают те же законы арифметических операций). Если же числовая база была заранее расширена в 7 классе, то и оговорок в 8 классе не потребуется.

Функции и их графики почему-то начинают изучать в 7 классе, когда ещё нет числовых промежутков, чтобы обозначать область определения и множество значений функции. Но, как мы увидим, в программе числовые промежутки появляются до введения действительных чисел. Приведу пример неудобств, которые возникают при введении функции до действительных чисел.

В учебнике для 7 класса (правда, старого издания, автора не называю) перед изучением функций вводится координатная прямая, формулируются два утверждения:

«Каждому числу соответствует единственная точка [координатной] прямой…

Верно и обратное: каждая точка координатной прямой соответствует единственному числу».

Второе утверждение станет верным только тогда, когда будут введены действительные числа. Но автора это не смущает, он через несколько страниц вводит числовые промежутки и соответствующие им обозначения. Далее он вводит координатную плоскость, в которой каждой точке соответствует единственная пара чисел (и никаких неудобств!), вводит понятие графика линейного уравнения, линейную функцию как частный случай линейного уравнения *y* = *kx* + *m*.
И рисует непрерывные графики…

В том же учебнике для 7 класса даётся функция *y* = $x^{2}$ с непрерывным графиком. Там же даётся графический метод решения уравнений, но для специально подобранного случая: $x^{2}=x+2$. Всё это интересно, но учащихся учат неполным знаниям без необходимости. Стоит в уравнении поменять 2 на 3, как «метод» не работает, так как уравнение имеет иррациональные корни. То есть графический метод решения уравнений, пока ещё не метод в том смысле, что не дает результат при любом выборе числа вместо числа 2 в том же уравнении. Зачем же тратить время на формирование неполных знаний? Но и это ещё не всё.

В учебнике для 8 класса того же автора после попытки решить графически уравнение $x^{2}$ = 5 вводятся новые числа $\sqrt{5}$ и –$\sqrt{5}$ — корни этого уравнения, но что это за **«*числа новой природы*»**, остаётся только догадываться. Позже говорится, что математики такие числа, как $\sqrt{5}$, назвали иррациональными. И только через 85 страниц появляются бесконечные непериодические дроби и связь иррациональных чисел с бесконечными дробями.

Приношу извинения за долгое отступление от программы, но необходимо, чтобы посмотреть, какие неудобства испытывают авторы учебников, если вовремя не ввели бесконечные непериодические десятичные дроби и не назвать их иррациональными числами. Тем более, что авторы программы следуют именно такому неудобному подходу в описании содержания обучения.

**8 класс**

Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Действительные числа. Степень с целым показателем и её свойства. Стандартная запись числа.

Вы заметили: это подход из того самого учебника, который я упомянул. Авторы программы не знают других учебников и других подходов? В библиотеке сельского методиста, которого я упомянул в первой части статьи, нет других учебников и нет Интернета? Заметим, что в программе всё ещё не сказано об иррациональном числе как бесконечной непериодической десятичной дроби. Страшную тайну раскроют только в 9 классе. Свойства арифметических корней применяются только для преобразования числовых выражений? А буквенных? Есть степень числа с целым показателем и стандартный вид числа — это следовало бы дать в 7 классе. Действительные числа ввели, но их сравнение, законы арифметических операций будут только в 9 классе. Зачем так коверкать линию числа?

**9 класс**

**Действительные числа**

Рациональные числа, иррациональные числа, конечные и бесконечные десятичные дроби. Множество действительных чисел; действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Взаимно однозначное соответствие между множеством действительных чисел и координатной прямой. Сравнение действительных чисел, арифметические действия с действительными числами.

**Измерения, приближения, оценки**

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире. Приближённое значение величины, точность приближения. Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений.

Вот где оказались действительные числа, как бесконечные периодические десятичные дроби! Вот где появилось взаимно однозначное соответствие действительных чисел и точек координатной прямой! А мы без этого уже строили графики функций! Завершение линии числа в программе припоздало, поезд уже ушёл!

Выдержки из оглавлений учебников С.М. Никольского и др.

**7 класс**

**§ 1. Натуральные числа**

1.1. Натуральные числа и действия с ними

1.2. Степень числа

1.3. Простые и составные числа

1.4. Разложение натуральных чисел на множители

**§ 2. Рациональные числа**

2.1. Обыкновенные дроби. Конечные десятичные дроби

2.2. Разложение обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь

2.3. Периодические десятичные дроби

2.4\*. Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби

2.5. Десятичное разложение рациональных чисел

**§ 3. Действительные числа**

3.1. Иррациональные числа

3.2. Понятие действительного числа

3.3. Сравнение действительных чисел

3.4. Основные свойства действительных чисел

3.5. Приближения чисел

3.6. Длина отрезка

3.7. Координатная ось

**Дополнения к главе 1**

1. Делимость чисел. 2. Системы счисления

**8 класс** (после изучения понятия функции и примеров простых функций)

**§ 3. Квадратные корни**

3.1. Понятие квадратного корня

3.2. Арифметический квадратный корень

3.3. Свойства арифметических квадратных корней

3.4. Квадратный корень из натурального числа

3.5\*. Приближённое вычисление квадратных корней

На записи с помощью корня действительных чисел работа с линией числа заканчивается в 8 классе. Дальше только применение освоенного при изучении материала других линий.

Очень плохо, что по программе числа остаются неизученными как следует до 9 класса. Что работа с приближениями, необходимая для подготовки к вычислениям в математике и в физике, отложена до 9 класса, а знания из линии числа уже применялись вкривь и вкось при изучении других содержательных линий.

Зачем так ~~мучить~~ учить детей? — С бесконечными повторами и перемешиванием содержания разных линий? Неужели от этого изучение математики становится более понятным и интересным?

**Алгебраические выражения**

**7 класс**

Переменные, числовое значение выражения с переменной. Допустимые значения переменных. Представление зависимости между величинами в виде формулы. Вычисления по формулам.

Преобразование буквенных выражений, тождественно равные выражения, правила преобразования сумм и произведений, правила раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых.

Свойства степени с натуральным показателем.

Одночлены и многочлены. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов. Разложение многочленов на множители.

**8 класс**

Квадратный трёхчлен; разложение квадратного трёхчлена на множители.

Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение, деление алгебраических дробей. Рациональные выражения и их преобразование.

Несколько слов про терминологию. Переменные применительно к уравнениям и неравенствам ввели 50 лет тому назад, чтобы приучать детей и учителей к раннему введению понятия «функция».

Если вспомнить применение уравнения к китайской задаче про фазанов и кроликов, то почему *x* — число кроликов — это переменная величина. Клетка не заперта, и кролики разбегаются? А как было до того? Про *x* говорили — неизвестное, что понятнее детям. Кстати, когда просим детей найти *x* из уравнения *x* + 5 = 12, мы говорим про неизвестное слагаемое или про переменную? Ну так чего же дальше стесняемся говорить про неизвестное?

Если кто-то ещё не подготовился за 50 лет к раннему введению функции и нуждается в говорении про переменные — святое дело, пусть мучается, но почему в программе не поставить хотя бы один раз «переменные (неизвестные)», чтобы узаконить и традиционный подход?

Блок «Алгебраические выражения» желательно пройти целиком в 7 классе, не перенося алгебраические дроби в 8 класс и не перемешивая этот материал с функциями, как это сделано в программе.

Сначала должны быть буквенные выражения и их значения — объект изучения. Сразу же надо ввести терминологию: одночлен, потом многочлен, чтобы понятие «буквенные выражения» не расширялось до буквенных выражений, которые ученики могут встретить на заборах и в лифтах домов. Поклонники ТикТока в этом месте переглянутся и засмеются. Это надо пережить. Не отменять же нам заодно ещё и описанную окружность только потому, что кто-то может вспомнить подмоченные пелёнки! Ввели понятия и загружаем учащихся работой. Но о каких преобразованиях буквенных выражений может идти речь до введения действий одночленами? Почему опять методом «задом наперёд»?

Выдержка из оглавления учебника С.М. Никольскогои др.

**7 класс**

**§ 4. Одночлены**

4.1. Числовые выражения

4.2. Буквенные выражения

4.3. Понятие одночлена

4.4. Произведение одночленов

4.5. Стандартный вид одночлена

4.6. Подобные одночлены

**§ 5. Многочлены**

5.1. Понятие многочлена

5.2. Свойства многочленов

5.3. Многочлены стандартного вида

5.4. Сумма и разность многочленов

5.5. Произведение одночлена и многочлена

5.6. Произведение многочленов

5.9. Тождественное равенство целых выражений

**§ 6. Формулы сокращённого умножения**

6.1. Квадрат суммы

6.2. Квадрат разности

6.3. Выделение полного квадрата

6.4. Разность квадратов

6.5\*. Сумма кубов

6.6\*. Разность кубов

6.7\*. Куб суммы

6.8\*. Куб разности

6.9. Применение формул сокращённого умножения

6.10. Разложение многочлена на множители

**§ 7. Алгебраические дроби**

7.1. Алгебраические дроби и их свойства

7.2. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю

7.3. Арифметические действия с алгебраическими дробями

7.4. Рациональные выражения

7.5. Числовое значение рационального выражения

7.6. Тождественное равенство рациональных выражений

**§ 8. Степень с целым показателем**

8.1. Понятие степени с целым показателем

8.2. Свойства степени с целым показателем

8.3. Стандартный вид числа

8.4. Преобразование рациональных выражений

**Дополнения к главе 2**

1. Делимость многочленов

В чём выигрыш от изучения алгебраических выражений крупным блоком в 7 классе?

1) Нет «винегрета» с содержанием других линий там, где перемешивания легко избежать. Кому требуется разнообразие — повторяем изученное, решаем задачи на вычисления, текстовые задачи, олимпиадные…

2) Мы заложили фундамент для изучения блоков «Уравнения» и «Неравенства» — они хоть и из одной линии, но практика показывает, что эффективнее изучить сначала все уравнения, а потом на этой базе изучать неравенства. Хотя бы потому, что, решая неравенство, мы каждый раз обращаемся к решению соответствующего уравнения.

Многим кажется, что если ученик научился решать уравнение $x^{2}=4$, то его надо тут же учить решать неравенства $x^{2}>4$ и $x^{2}\geq 4$. Между тем, последнее неравенство и не неравенство вовсе, а совокупность уравнения $x^{2}=4$ и строгого неравенства $x^{2}>4$. В этом конкретном примере есть ещё и разложение на множители, но я говорю о другом.

**Уравнения и неравенства**

**7 класс**

Уравнение, корень уравнения, правила преобразования уравнения, равносильность уравнений. Линейное уравнение с одной переменной, число корней линейного уравнения, решение линейных уравнений. Составление уравнений по условию задачи. Решение текстовых задач с помощью уравнений. Линейное уравнение с двумя переменными и его график. Система двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений способом подстановки. Примеры решения текстовых задач с помощью систем уравнений.

**8 класс**

Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение уравнений, сводящихся к линейным и квадратным. Простейшие дробно-рациональные уравнения. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и систем линейных уравнений с двумя переменными. Примеры решения систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Решение текстовых задач алгебраическим способом. Числовые неравенства и их свойства. Неравенство с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств с одной переменной.

**9 класс**

**Уравнения с одной переменной**

 Линейное уравнение. Решение уравнений, сводящихся к линейным. Квадратное уравнение. Решение уравнений, сводящихся к квадратным. Биквадратное уравнение. Примеры решения уравнений третьей и четвёртой степеней разложением на множители. Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач алгебраическим методом.

**Системы уравнений**

Уравнение с двумя переменными и его график. Система двух линейных уравнений с двумя переменными и её решение. Решение систем двух уравнений, одно из которых линейное, а другое — второй степени. Графическая интерпретация системы уравнений с двумя переменными. Решение текстовых задач алгебраическим способом.

**Неравенства**

Числовые неравенства и их свойства. Линейные неравенства с одной переменной и их решение. Системы линейных неравенств с одной переменной и их решение. Квадратные неравенства и их решение. Графическая интерпретация неравенств и систем неравенств с двумя переменными.

В линии уравнений и неравенств тот же винегрет, что и ранее, те же повторы ранее изученного. Я отметил одинаковыми цветами далеко не все случаи повторного изучения материала. Это чтобы было интереснее учиться? Или от неумения выстроить линейку изучаемых вопросов, которые в теории надо изучать только один раз, а возвращаться к ним только при изучении нового материала и при повторении. Только не через насильственное повторное изучение, пожалуйста! Не отбивайте у детей охоту учиться! Не раздувайте учебники, помещая одни и те же теоретичес­кие вопросы в учебниках разных классов!

Замечания по тексту.

1) Надо поправить формулировки, связанные с двойным толкованием слова «решение»:

«Линейные неравенства… и их решение». «Системы линейных неравенств и их решение». «Квадратные неравенства и их решение». — У них одно решение или решение это процесс?

2) В программе сохранились «дробно-рациональные уравнения». У вас же есть термин «рациональное выражение». Уравнение, обе части которого являются рациональными выражениями, уместно назвать рациональным.

3) Где рациональные неравенства и метод интервалов? Мы больше не учим школьников решать даже простейшие рациональные неравенства? Кто уполномочил авторов программы на такие усечения. Лучше бы удалили бесконечные повторы и хождения по кругу, обучение «задом наперёд». Рациональные неравенства положите на место. Не разрушайте цельную картину, не нарушайте парность уравнений и неравенств:

линейное уравнение — линейное неравенство

квадратное уравнение — квадратное неравенство

рациональное уравнение — ?

Выдержки из оглавлений учебников С.М. Никольскогои др.

**7 класс**

**§ 9. Линейные уравнения с одним неизвестным**

9.1. Уравнения первой степени с одним неизвестным

9.2. Линейные уравнения с одним неизвестным

9.3. Решение линейных уравнений с одним неизвестным

9.4. Решение задач с помощью линейных уравнений

**§ 10. Системы линейных уравнений**

10.1. Уравнения первой степени с двумя неизвестными

10.2. Системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными

10.3. Способ подстановки

10.4. Способ уравнивания коэффициентов

10.5. Равносильность уравнений и систем уравнений

10.6. Решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными

10.7\*. О количестве решений системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными

10.8\*. Системы уравнений первой степени с тремя неизвестными

10.9. Решение задач при помощи систем уравнений первой степени

**Дополнения к главе 3**

1. Линейные диофантовы уравнения. 2. Метод Гаусса

**8 класс**

**§ 4. Квадратные уравнения**

4.1. Квадратный трёхчлен

4.2. Понятие квадратного уравнения

4.3. Неполное квадратное уравнение

4.4. Решение квадратного уравнения общего вида

4.5. Приведённое квадратное уравнение

4.6. Теорема Виета

4.7. Применение квадратных уравнений к решению задач

**§ 5. Рациональные уравнения**

5.1. Понятие рационального уравнения

5.2. Биквадратное уравнение

5.3. Распадающееся уравнение

5.4. Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая — нуль

5.5. Решение рациональных уравнений

5.6. Решение задач при помощи рациональных уравнений

5.7\*. Решение рациональных уравнений при помощи замены неизвестного

5.8\*. Уравнение-следствие

**Дополнения к главе 2**

1. Разложение многочленов на множители и решение уравнений. 2. Комплексные числа

**§ 9. Системы рациональных уравнений**

9.1. Понятие системы рациональных уравнений

9.2. Решение систем рациональных уравнений способом подстановки

9.3. Решение систем рациональных уравнений другими способами

9.4. Решение задач при помощи систем рациональных уравнений

**§ 10. Графический способ решения систем уравнений**

10.1. Графический способ решения системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными

10.2\*. Графический способ исследования системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными

10.3. Решение систем уравнений первой и второй степени графическим способом

10.4. Примеры решения уравнений графическим способом

**Дополнения к главе 4**

1. Решение уравнений в целых числах

**9 класс**

**§ 1. Линейные неравенства с одним неизвестным**

1.1. Неравенства первой степени с одним неизвестным

1.2. Применение графиков к решению неравенств первой степени с одним неизвестным

1.3. Линейные неравенства с одним неизвестным

1.4. Системы линейных неравенств с одним неизвестным

1.5\*. Неравенства, содержащие неизвестное под знаком модуля

**§ 2. Неравенства второй степени с одним неизвестным**

2.1. Понятие неравенства второй степени с одним неизвестным

2.2. Неравенства второй степени с положительным дискриминантом

2.3. Неравенства второй степени с дискриминантом, равным нулю

2.4. Неравенства второй степени с отрицательным дискриминантом

2.5. Неравенства, сводящиеся к неравенствам второй степени

**§ 3. Рациональные неравенства**

3.1. Метод интервалов

3.2. Решение рациональных неравенств

3.3. Системы рациональных неравенств

3.4. Нестрогие рациональные неравенства

3.5\*. Замена неизвестного при решении неравенств

**Дополнения к главе 1**

Доказательство числовых неравенств

**7 класс**

**Координаты и графики. Функции**

 Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат, оси *Ox* и *Oy*. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей.

Понятие функции. График функции. Свойства функций. Линейная функция, её график. График функции *y* = | *x* |. Графическое решение линейных уравнений и систем линейных уравнений.

**8 класс**

Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Способы задания функций.

График функции. Чтение свойств функции по её графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики. Функции *y* =$ x^{2}$, *y* = $x^{3}$, *y* = $\sqrt{x}$, *y* = | *x* |. Графическое решение уравнений и систем уравнений.

**9 класс**

Квадратичная функция, её график и свойства. Парабола, координаты вершины параболы, ось симметрии параболы. Графики функций: *y* = *kx*, *y* = *kx* + *b*, *y* = $\frac{k}{x}$, *y* = $x^{3}$, *y* = $\sqrt{x}$, *y* = | *x* | и их свойства».

 Приятное совпадение с упомянутым учебником: числовые промежутки введены до действительных чисел. Будем применять одинаковые обозначения для промежутков рациональных чисел и действительных чисел? Это хорошо для обучения? «Примеры графиков, заданных формулами» — графиков чего? Уравнений, как в том учебнике? Прямая пропорциональность после линейной функции — это обучения «задом наперёд». Одинаковыми цветами отмечены одинаковые темы в разных классах. Многократное повторение одних и тех же вопросов в теории и любовь авторов программы к функции *y* = | *x* | (включена в каждом из трёх классов!) поразительны. Квадратичная функция есть, а переносов графиков нет. Даже для любимого графика *y* = | *x* |.

Выдержки из оглавлений учебника С. М. Никольского и др.

**8 класс**

**§ 1. Функции и графики**

**1**.1. Числовые неравенства

1.2. Координатная ось. Модуль числа

1.3. Множества чисел

1.4. Декартова система координат на плоскости

1.5. Понятие функции

1.6. Понятие графика функции

**§ 2. Функции** $y=x$**,** $y=x^{2}, y=\frac{1}{x}$

2.1. Функция $y=x$ и её график

2.2. Функция $y=x^{2}$

2.3. График функции $y=x^{2}$

2.4. Функция $y=\frac{1}{x}$

2.5. График функции $y=\frac{1}{x}$

**§ 6. Линейная функция**

6.1. Прямая пропорциональность

6.2. График функции $y=kx$

6.3. Линейная функция и её график

6.4. Равномерное движение

6.5. Функция *y* = | *x* | и её график

6.6\*. Функции *y* = [*x*] и *y* = {*x*}

**§ 7. Квадратичная функция**

7.1. Функция *y* = *a*$x^{2}$ (*a* > 0)

7.2. Функция *y* = *a*$x^{2}$ (*a* ≠ 0)

7.3. График функции *y* = *a*$(x - x\_{0})^{2}+y\_{0}$

7.4. Квадратичная функция и её график

**§ 8. Дробно-линейная функция**

8.1. Обратная пропорциональность

8.2. Функция $y=\frac{k}{x}$ (*k* > 0)

8.3. Функция $y=\frac{k}{x}$ (*k* ≠ 0)

8.4. Дробно-линейная функция и её график

**Дополнения к главе 4**

1. Построение графиков функций, содержащих модули. 2. Уравнение прямой, уравнение окружности.

В программе есть ещё последовательности и прогрессии, но там у меня замечаний нет.

**Общий вывод.** Это не программа, обещанной логики и влияния на развитие детей средствами математики ожидать не приходится. Это тупое хождение по кругу в полубессознательном состоянии, документ на уровне вкуса мало знающего методиста сельской школы. В Освенциме одним из самых страшных наказаний заключённых было таскание по кругу груженной камнями телеги. Ослабленным заключённым это давалось нелегко и добивала моральная составляющая: фашисты заставляли заключённых выполнять тяжёлую и никому не нужную работу. Надо ли ставить учащихся в похожее положение, гоняя их по кругу изнурительного изучения одних и тех же вопросов только потому, что авторы программы не потрудились разложить всё по порядку? Но разложили всё по классам — согласно вкусу того сельского методиста. А проверять будут каждый год через ВПР и чего-то требовать от учителей и школ. Есть ли у составителей достаточная квалификация для написания программы? Есть ли у них моральное право произвольно резать содержание обучения, следуя дурному вкусу того методиста, да ещё заявлять права на контроль работы всех учителей страны через ВПР, КИМы к которым составлены по их недопрограмме?

Как должны себя чувствовать учителя в роли истязателей своих учащихся? Как должны себя чувствовать авторы учебников, особенно хороших учебников? Их заставят портить учебники под никуда не годную программу — иначе учебники исключат из Федерального перечня. Такой эпизод уже был три года назад…

Грустно это всё, господа… Не верится, что документ освятил своим именем Институт стратегии развития образования РАО. У них нет права поставить блок выдающемуся по методической малограмотности документу?

**Литература**

**1.** [Математика\_Примерная\_рабочая\_программа\_Проект.pdf (instrao.ru)](https://www.instrao.ru/images/p_r_p-po-uchebnym-predmetam-proekty/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%87%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B0_%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B5%D0%BA%D1%82.pdf)

**2.** [Стратегия и тактика школьной программы по математике.](http://www.shevkin.ru/wp-content/uploads/2017/03/Strategiya-i-taktika-shkol-noj-programmy-po-matematike-5.doc)

<https://zen.yandex.ru/media/shevkin/strategiia-i-taktika-shkolnoi-programmy-po-matematike-chast-i-5--6-klassy-610b0183ac6ed06e8808ba65>

Шевкин А.В.,

avshevkin@mail.ru, <http://www.shevkin.ru>