**Рассуждения с числовыми значениями при решении уравнений**

Суть рассуждения с числовыми значениями заключается в том, что мы предполагаем, что у данного уравнения существует корень , (индекс подчёркивает, что это не неизвестное, а значение неизвестного — число). Далее подставляем число в уравнение, получаем верное числовое равенство с числом и, используя свойства равенств, неравенств, функций и т. п., находим числа, среди которых может быть настоящий корень уравнения — без возведения уравнения в квадрат, раскрытия модулей и т. п. Решение задачи этим методом основано на предположении, что корень существует, поэтому в конце решения надо сделать проверку — убедиться, что найденное число действительно является корнем уравнения.

Начнём с того, что убедимся в необходимости проверки при проведении таких рассуждений.

**1.** Решите уравнение

*x* + = . (1)

**Решение.** Предположим, что уравнение (1) имеет корень , тогда для числа справедливы два числовых неравенства:

 ≥ 9 и ≤ 3.

Оба неравенства выполняются лишь для = –3 и = 3. Это означает, что если уравнение (1) имеет корень, то этот корень надо искать среди чисел
–3 и 3. И других корней уравнение (1) не имеет.

Проверка показывает, что ни одно из этих чисел не является корнем уравнения (1). Следовательно, уравнение (1) корней не имеет.

**Ответ.** Нет корней.

Покажем применение этого метода на двух несложных примерах.

**2.** Решите уравнение

 = + 2*x* + 3. (2)

**Решение.** Предположим, что уравнение (2) имеет корень , тогда для числа справедливо числовое равенство:

 = + 2 + 3. (3)

Заметим, что для 0 справедливо неравенство ≥ 2, из которого следует, что для левой части равенства (3) справедливо неравенство ≤ 2. Но для правой части равенства (3) справедливо неравенство + 2 ≥ 2.

Оба эти неравенства выполняются лишь при условии, что

 = 2 и + 2 = 2,

то есть лишь для = –1. Это означает, что если уравнение (2) имеет корень, то этот корень может быть равен числу –1, других корней уравнение (2) не имеет. Проверкой убеждаемся, что число –1 является корнем уравнения (2).

**Ответ.** –1.

**3.** Решите уравнение

 = – 1. (4)

**Решение.** Предположим, что уравнение (4) имеет корень , тогда для этого числа справедливо числовое равенство:

 = – 1. (5)

Левая часть равенства (2) неотрицательна для любого , такого, что ≤ 2. Правая часть — неотрицательное число лишь при выполнении условия = 1.

Найдём из второго условия, получим, что — одно из чисел вида , где ∈ ***Z***. Из всех чисел условию ≤ 2 удовлетворяет лишь одно число = 2.

Проверкой убеждаемся, что число 2 является корнем уравнения (4).

**Ответ.** 2.

Применение метода к решению систем уравнений описано в п. 14.4 учебника «Алгебра и начала анализа. 11 класс» (Просвещение, С.М. Никольский и др.). Остаётся заметить, что рассуждения с числовыми значениями применяются при решении задач с параметром, но это тема следующего разговора.