**Ох уж эти олимпиадные задачи для пятиклассников
в сентябре-октябре!**

Решайте с нами!

 Решайте, как мы!

Решайте лучше нас!

На сайте [www.shevkin.ru](http://www.shevkin.ru) был объявлен конкурс на решение четырёх задач, от учащихся решений не поступало.

Рассмотрим решение задачи, которая была дана на XXI олимпиаде Юношеской Математической Школы. Это заочный тур (11.09–09.10.2017) для 5 класса.

**1.** Чебурашка на свои деньги купил в магазине у девочки Гали столько же зеркал, сколько Гена в магазине у Шапокляк. Если бы Гена покупал у Гали, то у него было бы 27 зеркал, а если бы Чебурашка покупал у Шапокляк, то у него было бы 3 зеркала. Сколько зеркал купили бы Гена и Чебурашка вместе, если бы Галя и Шапокляк договорились и установили цену на зеркала, равную среднему их нынешних цен? (Средним двух чисел называется половина их суммы, например, для чисел 22 и 28 среднее равно 25.)

Среднее двух чисел лучше было бы назвать их средним арифметическим и уточнить, что покупатели каждый раз тратили все имеющиеся у них деньги.

В этой задаче пятиклассники должны применить гораздо больше математических знаний, чем они имеют через месяц после начальной школы. Попробуем дать понятное решение, пользуясь «лишними» буквами.

**Решение.** Пусть Чебурашка купил у Гали *x* зеркал по цене *a* руб. за штуку, тогда у него было *ax* руб. Пусть Крокодил Гена купил у Шапокляк *x* зеркал по цене *b* руб. за штуку, тогда у него было *bx* руб. Всего у них

*ax* + *bx* =(*a + b*)*x* руб.

Если бы Гена покупал у Гали, то у него было бы 27 зеркал, т. е. на все свои *ax* руб. он купил бы 27 зеркал по цене *b* руб. за штуку. Тогда верно числовое равенство:

*ax* = 27*b*. (1)

Если бы Чебурашка покупал у Шапокляк, то у него было бы 3 зеркала, т. е. на все свои *bx* руб. он купил бы 3 зеркала по цене *a* руб. за штуку. Тогда верно числовое равенство:

*bx* = 3*a*. (2)

Из равенств (1) и (2) получим: $\frac{a}{b}$ = $\frac{27}{x}$, $\frac{a}{b}$ = $\frac{x}{3}$ и $\frac{27}{x}$ = $\frac{x}{3}$. Поскольку
*x* > 0, то *x* = 9. Тогда у Чебурашки и Крокодила Гены было 9(*a + b*) руб.

Так как средней цене Чебурашка и Крокодил Гена за 2 зеркала платили
(*a + b*) руб., то они могли купить 9 ∙ 2 = 18 зеркал.

**Ответ.** 18 зеркал.

Аналогичными рассуждениями решается и следующая задача.

**2.** Если на все свои деньги А купит булочки, а Б мороженое, то количества купленных булочек и мороженых будут равны. На все свои деньги А может купить 4 мороженых, а Б — 9 булочек. Сколько пирожков могли бы купить А и Б, сложив свои деньги, если цена одного пирожка равна среднему арифметическому цен одной булочки и одного мороженого?

**Решение.** Пусть А купил *x* булочек по цене *a* руб. за штуку, тогда у него было *ax* руб. Пусть Б купил *x* мороженых по *b* руб. за штуку, тогда у него было *bx* руб. Всего у них (*a + b*)*x* руб.

На все свои деньги А может купить 4 мороженых, а Б — 9 булочек, значит, *ax* = 4*b* и *bx* = 9*a*, откуда следует, что $\frac{a}{b}$ = $\frac{4}{x}$, $\frac{a}{b}$ = $\frac{x}{9}$ и $\frac{4}{x}$ = $\frac{x}{9}$. Поскольку
*x* > 0, то *x* = 6. Тогда у А и Б было 6(*a + b*) руб.

Так как два пирожка стоят столько, сколько стоят одна булочка и одно мороженое вместе, т. е. (*a + b*) руб., то они могли купить 6 ∙ 2 = 12 пирожков.

**Ответ.** 12 пирожков.

Следующая задача на совместную работу, чуть сложнее тех, что решают на эту тему пятиклассники, обучаясь по нашим учебникам серии «МГУ-школе».

**3.** Коза съедает стог сена за 30 дней. Корова — за 20 дней. Телёнку в день требуется половина того, что за день съедают коза и корова вместе. За сколько дней они съедают стог сена втроём?

**Решение.** Так как коза съедает стог сена за 30 дней, то за 1 день она съедает $\frac{1}{30}$ стога сена, аналогично корова за 1 день съедает $\frac{1}{20}$ стога сена, а вместе за 1 день они съедают $\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{1}{12}$ стога сена.

Телёнку в день требуется половина того, что за день съедают коза и корова вместе, т. е. $\frac{1}{24}$ стога сена. Следовательно, втроём они за 1 день съедают $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$ стога сена и съедят стог сена за 8 дней.

Подробнее это решение можно записать по действиям.

Обозначим массу сена в стоге за 1.

1) 1 : 30 = $\frac{1}{30}$ (стога сена) — съедает за 1 день коза;

2) 1 : 20 = $\frac{1}{20}$ (стога сена) — съедает за 1 день корова;

3) $\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{1}{12}$ (стога сена) — съедают за 1 день коза и корова;

4) $\frac{1}{12} :2=\frac{1}{24}$ (стога сена) — съедает за 1 день телёнок;

5) $\frac{1}{12}$ +$ \frac{1}{24}=$ $\frac{1}{8}$ (стога сена) — съедают за 1 день втроём;

6) 1 : $\frac{1}{8}$ = 8 (дней) — за это время они съедят втроём стог сена.

**Ответ.** За 8 дней.

А эта задача интересна тем, что в ней вообще нет числовых данных, она для учащихся постарше и решается только введение «лишних» букв.

**4.** Каждая из двух бригад могла бы выполнить задание за некоторое время. Известно, что третья бригада производит ровно половину той продукции, которую за день производят две первые бригады вместе. Во сколько раз быстрее это задание выполнят при совместной работе три бригады, чем первые две?

**Решение.** Обозначим за *a* долю задания, которую делает за 1 день первая бригада, за *b* — долю задания, которую делает за 1 день вторая бригада, тогда вместе за один день они делают долю задания, выражаемую суммой *a* + *b*. Третья бригада за 1 день делает в два раза меньше, чем первые две при совместной работе, то есть $\frac{a+b}{2}$ задания. Тогда три бригады за 1 день совместной работы делают *a* + *b* + $\frac{a+b}{2}$ = 1,5(*a* + *b*) задания.

Так как втроём они делают за 1 день в 1,5 раза больше, чем первые две бригады при совместной работе, то втроём они выполнят всё задание в 1,5 раза быстрее.

**Ответ.** В 1,5 раза.