**Иррациональное уравнение, или
«Метод велосипеда» против «метода танка»**

Знакомый учитель прислал мне на электронную почту вопрос: «Как пра­вильно решать уравнения такого типа?» и вложил скан уравнения из книги [1]:

 $x\left(3\sqrt{1+x}-4\sqrt{1-x}\right)=2\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}\right)$. (1)

Неделю назад на сайте [www.shevkin.ru](http://www.shevkin.ru) было выложено это уравнение для решения всеми желающими. Не прошло и двух часов после выкладывания задания, как пришло первое решение нашего внимательного читателя. Через некоторое время пришёл и второй отклик, но первый способ решения оказался самым простым. С него и начнём.

**Решение.** Перепишем уравнение (1) так, чтобы корни оказались множителями в двух частях уравнения:

$\left(3x-2\right)\sqrt{1+x}$ $=\left(4x-2\right)\sqrt{1-x}$. (2)

Возведя уравнение (2) в квадрат, получим уравнение-следствие, содержа­щее все корни уравнения (1) и, возможно, имеющее корни, посторонние для уравнения (1).

 (9*x*2 – 12*x* + 4)(1 + *x*) = (16*x*2 – 16*x* + 4)(1 – *x*),

 25*x*3 – 35*x*2 + 12*x* = 0. (3)

Уравнение (3) имеет корни 0, 0,6, 0,8. Проверка непосредственной подстановкой в уравнение (1) показывает, что корнями уравнения (1) являются лишь числа 0 и 0,8, число 0,6 — посторонний корень.

**Ответ.** 0; 0,8.

Остаётся добавить, что уравнение (1) имеет и другие способы решения, заметно проигрывающие приведённому в краткости. В качестве назидательного примера приведу идею своего решения. Но сначала маленькое психологическое наблюдение, основанное на личном опыте. Если задача с первого раза показалась сложной, то усилия решателя часто направляются на поиски адекватного ответа — к использованию «тяжёлой артиллерии» — приёмов, которые должны привести к цели, но чреваты большими выкладками.

Не догадавшись переписать уравнение (1) описанным выше способом, я сделал замену неизвестного: *t* = $\sqrt{1-x}$, перешёл к уравнению-следствию, которое после преобразований привело к уравнению

25*t*6 – 40*t*4 + 17*t*2 – 2 = 0. (4)

Затем вернулся к неизвестному *x* и получил уравнение (3). Окончание решения такое же, как в приведённом выше решении.

И что же из этого следует? — Спросите вы. На мой взгляд, описанная история подводит нас к выводу, что надо не бояться видоизменить исходное уравнение, не торопиться использовать замену неизвестного и включать в работу «тяжёлую артиллерию», которая может задать лишней работы — расплаты за проявленную ненаблюдательность. Ну, а если не повезло увидеть простой метод решения — назовём его «методом велосипеда», то надо не бояться «метода танка». Но более изящный метод всегда предпочтительнее.

Названия методов шуточные, но вы понимаете, о чём это я.

**Литература:**

1. Балаян Э.Н. Репетитор по математике для старшеклассников и поступающих в вузы / Э.Н. Балаян. – Изд. 8-е, перераб. и доп. – Ростов н/Д : Феникс, 2010. – 763, [1] с. – (Абитуриент).

А.В. Шевкин,

avshevkin@mail.ru

08.06.2017